

SYLLABUS

1. Puni naziv nastavnog predmeta:

Mjera i integral

2. Skraćeni naziv nastavnog predmeta / šifra:

M&I

3. Ciklus studija:

1

4. Bodovna vrijednost ECTS:

6

5. Status nastavnog predmeta:

☒ Obavezni ☐ Izborni

6. Preduslovi za polaganje nastavnog predmeta:

Analiza I, II, III i IV, Teorija skupova

7. Ograničenja pristupa:

nema

8. Trajanje / semestar:

1

7

9. Sedmični broj kontakt sati:

9.1. Predavanja:

3

9.2. Auditorne vježbe:

2

9.3. Laboratorijske / praktične vježbe:

0

10. Fakultet:

Prirodno-matematički fakultet

11. Odsjek / Studijski program:

MATEMATIKA

12. Odgovorni nastavnik:

Dr. sc. Vedad Pašić, vanredni profesor

13. E-mail nastavnika:

vedad.pasic@untz.ba

14. Web stranica:

www.pmf.untz.ba/vedad/

15. Ciljevi nastavnog predmeta:

Osnovni cilj ovog predmeta je da student spozna da nakon stečenih znanja iz teorije mjere, kompletna znanja stečena u matematičkoj analizi dobijaju svoju opštost. Klase funkcija poznate iz ranijih modula matematičke analize dobijaju još jednu – klasu mjerljivih funkcija. Značajno će se moći poopštiti i pitanja integracije. Integracija u smislu Lebesguea je najbolje objašnjena od strane samog Lebesguea: "Moram platiti određenu sumu, koju sam skupio u svom džepu. Uzimam novčanice i novčiće iz džepa i dajem ih kreditoru redom kojim ih nalazim dok ne dodam do ukupne sume. Ovo je Riemannov integral. Ali mogu ovom problemu pristupiti i drukčije: nakon što sam izvadio sav novac iz džepa, grupišem novčanice i novčiće prema identičnim vrijednostima i onda platim kreditoru u različitim apoenima. Ovo je moj integral." Pokazat će se da dužina, površina i zapremina imaju veoma korisna poopćenja na amorfnе skupove. Uvest će se i koncept Hilbertovih prostora, kao najjednostavnije beskonačno dimenzionalne generalizacije Euklidovih prostora.

16. Ishodi učenja:

Na kraju semestra uspješni studenti, koji su tokom čitavog nastavnog perioda kontinuirano obavljali svoje obaveze, će postići potreban nivo kompetentnosti u poznavanju i primjenama iz mjere skupa, a posebno mjerljivosti funkcije. S tim u vezi veoma važna pitanja konvergencije nizova takvih funkcija su važni zadaci ovoga predmeta. Mjera i njena neprekidnost, te diskretna mjera posebno se ističu kroz zadatke u primjenama. Mjera na algebri podskupova realnih brojeva elegantno se poopćava na proizvoljne skupove. Ovaj predmet je priprema za opciju integraciju od Riemannovog koncepta integracije. Znanja iz mjere će imati važnost u izučavanjima Vjerovatnoće. Student će spoznati istinsku snagu integracije, te onda pristupiti izučavanju L^2 prostora kvadratno integrabilnih funkcija, sa fokusom na kreiranje metrike, mjere i norme. Razne vrste konvergencije će konačno biti objedinjene.

17. Indikativni sadržaj nastavnog predmeta:

Elementi teorije skupova. Relacije. Preslikavanja. Kardinalni broj skupa. Prošireni skup realnih brojeva. Kompaktni skupovi u $\mathbb{R}$. Neprekidna preslikavanja na $\mathbb{R}$. Mjera skupa. Spoljašnja i unutrašnja mjera skupa. Mjerljivi i nemjerljivi skupovi po Caratheodory-ju i Lebesgueu. Mjerljive funkcije. Konvergencija skoro svuda. Konvergencija po mjeri. Teorem Jegorova. Lebesgue-ova mjera skupa. Mjerljivi prostori. Mjera sa znakom. Riemannov integral. Lebesgueov integral ograničene funkcija ne skupu konačne mjere. Lebesgueov integral nenegativne funkcije. Opšti Lebesgueov integral. Veza između Riemannovog i Lebesgueovog integrala. Veza između nesvojstvenog i Lebesgueovog integrala. Konvergencija po mjeri. Diferenciranje. Diferenciranje monotonih funkcija. Lebesgueova teorema. Funkcije ograničene varijacije. Diferencijiranje integrala. Apsolutno neprekidne funkcije. Stieltjesov integral. Kvadratno integrabilne funkcije. L^2 prostor. Uvod u metričke prostore. Uvod u normirane prostore. Euklidovi prostori i njihova generalizacija. Jaka konvergencija. L^2 prostori sa prebrojivom bazom.

18. Metode učenja:

Predavanja i auditorne vježbe.

Studenti imaju obavezu prisustvovanja svim satima predavanja i vježbi.

Uvjet za dobijanje potpisa je minimalno 70% prisustvo svim oblicima nastave.

19. Objašnjenje o provjeri znanja:

Predispitne obaveze sastoje se od dva testa tokom semestra koji nose po 20% ukupne vrijednosti ocjene, te od sedmičnih zadaća koje se predaju, ispravljaju i diskutuju na auditornim vježbama, te nose ukupno 15% ocjene.

Testovi se rade u pismenom obliku i sadržavaju zadatke iz oblasti koje su pokrivene na predavnjima i vježbama do tada.

Prvi test se radi sredinom, a drugi test na kraju semestra.

Finalni ispit: Finalni ispit provjerava cjelokupno znanje iz svih oblasti pokrivenih na predmetu i nosi 45% ukupne ocjene. Provjera znanja na finalnom ispitu je pismenog oblika.

Uslov za polaganje predmeta je preko 54 boda za prolaznu ocjenu (6).

20. Težinski faktor provjere:

Predispitne obaveze : Prvi test 20%; Drugi test 20%; Zadaće i aktivnost: 15%.

Finalni ispit: 45%.

Student mora ostvariti minimalno 23 boda na finalnom ispitu, te ukupno 54 boda kako bi se ostvarila prolazna ocjena šest (6).

Ocjena šest (6) 54-63

Ocjena sedam (7) 64-73

Ocjena osam (8) 74-83

Ocjena devet (9) 84-93

Ocjena deset (10) 94-100

21. Osnovna literatura:

1. A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin : Measure, Lebesgue Integrals and Hilbert Space. New York and London Academic Press (1961).
2. A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin : Introductory Real Analysis. Dover Books on Mathematics (1975).
3. D. Jukić : Mjera i integral, Univerzitet Osijek (2012).
4. F. Dedegić : Mjera i integral, Univerzitet u Tuzli 2005 (skripta).

22. Internet web reference:

<http://www.pmf.untz.ba/vedad/>
[https://en.wikipedia.org/wiki/Measure_\(mathematics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Measure_(mathematics))
https://en.wikipedia.org/wiki/Lebesgue_integration

23. U primjeni od akademske godine:

2018/2019

24. Usvojen na sjednici NNV/UNV:

03.04.2018.